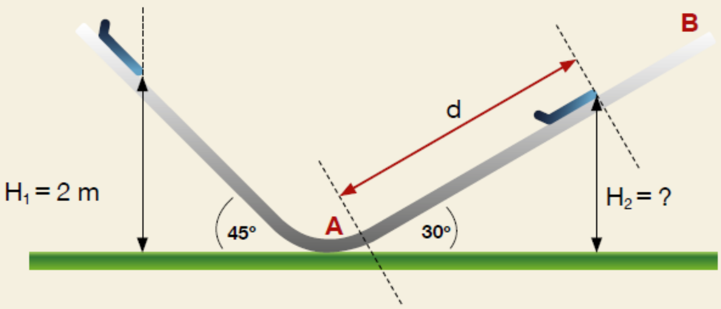
ΦΥΣΙΚΗ Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ
ΕΡΓΟ - ΕΝΕΡΓΕΙΑ ΤΜΗΜΑ : Α21
Άσκηση 7 σελίδας 273

7 Μια σανίδα χιονιού μάζας (snowboard) $m = 250$ g αφήνεται από την ηρεμία να κινηθεί κατά μήκος της πίστας του πιο κάτω σχήματος.



Α. Εάν η τριβή από την πίστα μπορεί να αγνοηθεί, να χρησιμοποιήσετε την αρχή της διατήρησης της μηχανικής ενέργειας για να υπολογίσετε το μέγιστο ύψος H_2, στο οποίο θα φθάσει η σανίδα στην πίστα ΑΒ.

Β. Εάν κατά την κίνηση στην πίστα ΑΒ ασκείται στη σανίδα μια σταθερή δύναμη κινητικής τριβής με μέτρο Τ = (mg)/2, να υπολογίσετε (i) το ύψος στο οποίο θα φθάσει η σανίδα, (ii) το έργο της τριβής, και (iii) τη μεταβολή στη μηχανική ενέργεια. (iv) Να εξηγήσετε γιατί δεν διατηρείται η μηχανική ενέργεια σε αυτή την περίπτωση.

Α:

Αφού η τριβή μπορεί να αγνοηθεί τότε η δύναμη του Βάρους είναι η μοναδική δύναμη που ασκείται στη σανίδα και έχει μη μηδενικό έργο, η κάθετη αντίδραση έχει μηδενικό έργο (είναι κάθετη πάνω στη μετατόπιση). Έτσι ισχύει η ΑΡΧΗ ΔΙΑΤΗΡΗΣΗΣ ΤΗΣ ΜΗΧΑΝΙΚΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ.

Οπότε $EM_{H1=2m}=EM_{H2=;}$

Ορίζουμε σαν επίπεδο αναφοράς της Μηχανικής Ενέργειας το Έδαφος (σημείο Α) οπότε στο έδαφος η Βαρυτική Δυναμική Ενέργεια = $U_{\text{Βαρυτική Δυναμική}}$ =0 J

$EM_{H1=2m}$ =

$EM_{H=0m} \Rightarrow$

$$m.g.H_1+\frac{1}{2}.m.U_{H1=2m}{}^2=m.g.h+\frac{1}{2}.m.U_A{}^2 \Rightarrow 0.250Kg.9.81\frac{m}{s^2}.2m+0=\frac{1}{2}.m.U_A{}^2+0$$

(αρχική θέση και θέση με μηδενικό ύψος, h=0m)

Αντικαθιστούμε οπότε προκύπτει:

$0.250Kg.9.81\frac{m}{s^2}.2m+0J=\frac{1}{2}.0.250Kg.U_A{}^2$ (1) η ταχύτητα είναι αυτή που έχει το σώμα στην θέση με ύψος ίσο με μηδέν (επίπεδο αναφοράς δυναμικής ενέργειας).

Λύνουμε την (1) ως προς την ταχύτητα οπότε :

$$U_A{}^2=\frac{2.0.250Kg.9.81\frac{m}{s^2}.2m}{0.250Kg}=\frac{9.81\frac{Kg.m^2}{s^2}}{0.250Kg}\Rightarrow U_A{}^2=39.26\frac{m}{s}\Rightarrow U_A=6.26\frac{m}{s}$$

Εφαρμόζουμε για μια ακόμη φορά την αρχή διατήρησης της Μηχανικής Ενέργειας για το έδαφος (σημείο Α) και το ύψος H_2=; στο οποίο θα ανέβει η σανίδα χιονιού.

$EM_{H=0m}=EM_{H2}$

$EM_{H=0m}$

$E_{κινητική}$ + $U_{Βαρυτική\ δυναμική\ ενέργεια\ H=0}$=m.g.H + $\frac{1}{2}.m.U^2{}_{H=0m}$

$U_{Βαρυτική\ δυναμική\ ενέργεια\ H=0}$=0 J (επίπεδο αναφοράς Μηχανικής Ενέργειας)

$\frac{1}{2}.m.U^2{}_{H=0m}$ η ταχύτητα $U_A{}^2{}_{H=0m}=6.26\frac{m}{s}$ από το Α ερώτημα

EM_{H2}

$\frac{1}{2}.m.U^2{}_{H2=;}$=0 J αφού η ταχύτητα μηδενίζεται.

$U_{Βαρυτική\ δυναμική\ ενέργεια\ H;}$=m.g.H

Εξισώσουμε την **$EM_{H=0m}$** με την **EM_{H2}** οπότε καταλήγουμε στην πιο κάτω εξίσωση:

$$\frac{1}{2}.m.U_A{}^2{}_{H=0m}=m.g.H_2\Rightarrow\frac{1}{2}.0.250Kg.(6.26\frac{m}{s})^2=0.250Kg.9.81\frac{m}{s^2}.H_2 \quad (2)$$

Λύνουμε την (2) ως προς το ζητούμενο H_2 και προκύπτει ότι :

$$H_2=\frac{\frac{1}{2}.0.250Kg.(6.26\frac{m}{s})^2}{0.250Kg.9.81\frac{m}{s^2}}=\frac{4.9m}{2.45}=2m$$

Οι αριθμητικοί αυτοί υπολογισμοί θα μπορούσαν να παραλειφθούν αφού λαμβάνοντας υπόψη ότι η Μ.Ε διατηρείται το οποιοδήποτε σώμα θα ανέβει στο ίδιο ακριβώς ύψος που ήταν. Οποιοδήποτε άλλο μικρότερο ύψος θα σήμαινε απώλειες στην Ενέργεια και αυτό θα σήμαινε ύπαρξη μη συντηρητικών δυνάμεων (τριβή για παράδειγμα) κάτι που δεν συμβαίνει εδώ.

Β. Κατά την κίνηση (ολίσθηση) της σανίδας από το Α (επίπεδο αναφοράς δυναμικής ενέργειας) στο Β (μέγιστο ύψος) ασκείται σταθερή δύναμη τριβής $f=\frac{m.g}{2}$. Επειδή ασκείται εκτός των άλλων δυνάμεων η δύναμη της τριβής που δεν είναι συντηρητική, ούτε έχει μηδενικό έργο τότε δεν μπορούμε να εφαρμόσουμε την Αρχή Διατήρησης της Μηχανικής Ενέργειας. Εφαρμόζουμε για τα σημεία Α και Β (ακραία σημεία κίνησης της σανίδας το Θεώρημα Έργου- Κινητικής Ενέργειας.

Οι δυνάμεις που ασκούνται στη σανίδα είναι η δύναμη του Βάρους, η δύναμη της Τριβής Κίνησης και η κάθετη αντίδραση του επιπέδου Ν. Με βάση το θεώρημα Έργου – Κινητικής Ενέργειας μπορούμε να γράψουμε :

$W_E + W_N + W_T = \Delta E_{\kappa\iota\nu\eta\tau\iota\kappa\acute{\eta}}$ (2)

Αντικαθιστούμε στη (2) οπότε προκύπτει :

$$-\Delta U_{\text{Βαρυτική δυναμική}} + 0 + \frac{m.g}{2}.d = E_{\kappa\iota\nu\eta\tau\iota\kappa\acute{\eta}\text{B}} - E_{\kappa\iota\nu\eta\tau\iota\kappa\acute{\eta}\text{A}} \Rightarrow \frac{m.g}{2}.d = \Delta E_{\text{ΜΗΧΑΝΙΚΗ}} = \Delta U_{\text{Βαρυτική δυναμική}} + \Delta E_{\kappa\iota\nu\eta\tau\iota\kappa\acute{\eta}} \quad (3)$$

Η κινητική Ενέργεια στο μέγιστο ύψος Β είναι ίση με μηδέν αφού η ταχύτητα της σανίδας μηδενίζεται. Αντίθετα στο σημείο Α η Βαρυτική δυναμική ενέργεια είναι ίση με μηδέν. Οπότε:

$\Delta U_{\text{Βαρυτική δυναμική}} = m.g.H_2$ και $\Delta E_{\kappa\iota\nu\eta\tau\iota\kappa\acute{\eta}} = \frac{1}{2}.m.U_A^{\,2}$

Αντικαθιστούμε στην εξίσωση (3) και προκύπτει :

$-\frac{m.g}{2}.d = m.g.H_2 - \frac{1}{2}.m.U_A^{\,2} \Rightarrow -\frac{g}{2}.d = g.H_2 - \frac{1}{2}.U_A^{\,2}$ (4)

Από το σχήμα προκύπτει ότι :

$\eta\mu 30^0 = \frac{H_2}{d} \Rightarrow d = \frac{H_2}{0.5} = 2H_2$

Αντικαθιστούμε στην (4) και προκύπτει :

$-\frac{g}{2}.2H_2 = g.H_2 - \frac{1}{2}.U^2{}_A \Rightarrow -2g.H_2 = -\frac{1}{2}.U_A^{\,2} \Rightarrow 4.g.H_2 = U^2{}_A$

$4.9.81\frac{m}{s^2}.H_2 = 39.2(\frac{m}{s})^2 \Rightarrow H_2 = \frac{39.2(\frac{m}{s})^2}{39.2\frac{m}{s^2}} = 1m$ Συνεπώς η σανίδα στην περίπτωση αυτή θα ανεβεί κατά ένα μέτρο (θα απέχει 1 μέτρο από το κατώτατο σημείο Α).

Γ. Το έργο της τριβής μπορεί να βρεθεί από τη σχέση :

$W_T = m.g.d \Rightarrow d = 2H_2 = 2m$

Οπότε : $W_T = \frac{m.g}{2}.2H_2 = 0.25Kg.9.81\frac{m}{s^2}.2m.\frac{1}{2} = 2.45J = 2.5J$ (αν $g = 10\frac{m}{s^2}$)

Επειδή το έργο της τριβής είναι καταναλισκόμενο αφού η Τριβή και η μετατόπιση σχηματίζουν γωνία 180^0 μεταξύ τους και $\sigma\upsilon\nu 180^0 = -1$, είναι αρνητικό άρα $W_T = -2.5J$

Δ. Η μεταβολή στη Μηχανική Ενέργεια ταυτίζεται με το έργο της Τριβής (αν δεν υπήρχε η δύναμη της τριβής η Μηχανική Ενέργεια θα διατηρείτο και συνεπώς $\Delta E_{\text{ΜΗΧΑΝΙΚΗ}}=0$).

$\Delta E_{\text{ΜΗΧΑΝΙΚΗ}} = -2.5 Joules$

Δ. Η Μηχανική Ενέργεια δεν διατηρείται στην περίπτωση αυτή γιατί στο πέδιλο ασκείται η δύναμη της τριβής μια δύναμη που ΔΕΝ είναι συντηρητική ούτε έχει ΜΗΔΕΝΙΚΟ έργο.