

ΜΕΘΟΔΟΙ ΑΠΟΔΕΙΞΗΣ – ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ

- 1.** Να αποδείξετε με τη μέθοδο της τέλειας επαγωγής ότι για κάθε θετικό ακέραιο n ισχύει :
- $$3 + 7 + 11 + \dots + (4n - 1) = n(2n + 1).$$

- 2.** Να αποδείξετε ότι για κάθε θετικό ακέραιο αριθμό n ισχύει:

$$1^2 + 3^2 + 5^2 + \dots + (2n - 1)^2 = \frac{n(4n^2 - 1)}{3}$$

- 3.** Να αποδείξετε με τη μέθοδο της μαθηματικής επαγωγής ότι για κάθε θετικό ακέραιο ισχύει

$$1 + 4 + 7 + \dots + (3n - 2) = \frac{n(3n - 1)}{2}$$

- 4.** Να αποδείξετε ότι το 3 διαιρεί την παράσταση: $A = n^3 + 2n$, $\forall n \in \mathbb{N}$.

- 5.** Να αποδείξετε, με χρήση της τέλειας επαγωγής, ότι για κάθε $n \in \mathbb{N}$ ισχύει:

$$2 + 4 + 6 + \dots + 2n = n(n + 1)$$

- 6.** Να αποδείξετε ότι η σχέση $2 \cdot 3 + 4 \cdot 5 + 6 \cdot 7 + \dots + 2n \cdot (2n + 1) = \frac{n(n+1)(4n+5)}{3}$,
ισχύει για κάθε φυσικό αριθμό n .

- 7.** Να δείξετε ότι ο αριθμός: $5^{2n} - 1$ είναι πολλαπλάσιος του 6, για όλους τους
θετικούς ακέραιους n .

- 8.** Αν x και y είναι θετικοί πραγματικοί αριθμοί, να δείξετε ότι: $x + y \geq 2\sqrt{xy}$, $\forall x, y \in \mathbb{R}^+$.